Shodhshauryam, International Scientific Refereed Research Journal
Available online at : www.shisrrj.com
OPEN ACCESS
© 2024 SHISRRJ | Volume 7 | Issue 3
ISSN : 2581-6306
doi : https://doi.org/10.32628/SHISRRJ

भारतीयगणिते शून्यस्य वैशिष्ट्यविमर्शः

Dr. Vinayak Bhat

Lecturer in Sanskrit, MES Prof. BR Subbarao PU College, Vidyaranyapura , Bangalore

Article Info

Article History

Received : 03 May 2024

Published : 15 May 2024

Publication Issue :

May-June-2024

Volume 7, Issue 3

Page Number : 80-84

लेखनसारः - अथ खलु भारतदेशेऽस्मिन् विराजन्ते प्राचीनकालादारभ्य शास्त्राणि। तत्र कालविधायकं त्रिस्कन्धात्मकं ज्योतिषं मूर्ध्निस्थाने तिष्टति। तत्र च सिद्धान्तस्कन्धे गणितभागस्य महत्वं वरीवर्ति। अत्र व्यवहारार्थं उपयुज्यमानं अङ्कगणितं कल्पसूत्रस्य अङ्गत्वेन शुल्बसूत्रस्य च उपाङ्गत्वेन निरूपितः ज्यामितिः तथा खगोलशास्त्रगणनार्थमुपयुज्यमानं गणितं विकासमवाप्य "गणितशास्त्रम्" इति विख्यातम् ।तत्र शून्यस्य विचारे भारतीयानां योगदानं विशिष्ठं वर्तते । शून्यं नाम किमपि नास्ति अथवा मौल्यरहितम् इति अर्थः। मौल्यराहित्यं गणितशास्त्रे कथम् प्रमुखं पात्र वहति इति इतिहासे गणितसिद्धान्तानम् अध्ययनं कृतवतां गणितशास्त्रज्ञानाम् आश्चर्यजनकः प्रश्नः। अतः अस्मिन् शोधपत्रे शून्यसम्बद्धाः शास्त्रोक्तविचाराः निरूपिताः वर्तन्ते ।

कूटशब्दाः : भारतीयगणितम्, शून्यम्, आर्यभटः, अङ्कगणितम्।

प्रस्तावना - संख्यायां अङ्कानां च स्थाननिरूपणापद्धतिः संख्यां संख्यासूचकानां च सुसंगतनिरूपणे कार्यतन्त्रस्य सारः। एकतः नवपर्यन्तं संख्याः तथा शून्यमुपयुज्य दशमानपद्धत्यां संख्यानिर्माणस्य महत्वपूर्णविचारं भारतीया एव निरूपितवन्तः। अबाकस् इत्यदिगणनयन्त्रानां साहाय्यं विना गणितपरिकमान् साधयितुं शक्यते इति भारतीयैरेव प्रदर्शितम्। शून्यं नाम न केवलं अभाव इति अपि तु नव अङ्कानां साकं विद्यमानः द्शमः चिह्नः शून्यमिति च दर्शितम् ।

विषयप्रस्तावः - वेदेष्वपि शून्यस्य परिकल्पना दृश्यते । यथा –

पूर्णमदः पूर्णमिदं पूर्णात्पूर्णमुदच्यते ।

पूर्णस्य पूणमादाय पूर्णमेवावशिष्यते ॥ इति

तत्पश्चात् शून्यस्य विचारं आदौ पिङ्गलाचार्यः छन्दश्शास्त्रे एवं निरुपितवान्। –

गायत्रे षट्संख्यानामर्धेऽपनीते

द्वयङ्केऽवशिष्टस्त्रयस्तेषु रूपमपनीय

द्वयङ्कार्धः शून्यं स्थाप्यम् ॥

Copyright © 2024 The Author(s): This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution **4.0 International License** (CC BY-NC 4.0)

गायत्रीछन्दसः एकस्य पादस्य षट् अक्षरेषु अर्धं कृत्वा तत्र एकं अपनीय अवशिष्ट द्वयोरर्धं प्रकल्प्य तत्र एकं ऊनीक्रियते चेत् शून्यमुपलभ्यते। हिन्दूसभ्यतायां शून्यस्य महत्वपूर्णं स्थानमस्ति। अस्य चिन्हं वृत्तम्। शून्यस्य पूज्यं इत्यपि नामान्तरं विद्यते।

भारतीयशून्यस्य बहुरूपित्वम् –

- संख्यासूचकः
- संख्या
- परिमाणसूचकः
- धनर्णसंख्यानां विभजकचिह्नः ।
- संख्यानां मध्ये अङ्करहितस्थानानां स्थाननिरूपकः

प्रसिद्धः गणितचरित्रकारः फ़्लोरियन् कॅजोन् इत्याख्यः एवं वदति –

"गणितशास्त्रोन्नतये कारणीभूतानां आविष्काराणां योगदानानां च तुलनेन गणीतशास्त्रस्य सर्वतोमुखाभिवृद्धये भारतीयशून्यस्य महत्वपूर्णं योगदानमस्ति" ।

शून्यस्य zero **इति नाम किमर्थम् ?** - शून्यं नाम रिक्तमित्यर्थः सामान्यतः वर्तते । तस्यार्थे अरेबिक् भाषायां *सिफर्* इति । अस्यैव ल्याटिन् भाषायां *ज़ेफिरम्* इति शब्दः। इटलीयः गणितज्ञः लियोनार्डो फ़िबनच्चि (क्रि.श.1170-1250) *सिफ़र्* इति अरेबिक्शब्दं स्वीये लिबर् अबाच्चि नामके ग्रन्थे *चिफ़ा* इति नामान्तरितवान्। *सैफ़र्* इति ल्याटिन् शब्दः *चिफ़्रा*तः आगतोऽस्ति। फ़्रेञ् भाषायां *चिफ़्रे* ,जर्मन्भाषायां *ज़फिरो* च भूत्वा अन्ते *झीरो* इति आगतमस्ति।

गणितप्रक्रियायां शून्यस्य व्यवहारः- सर्वादौ क्रि.श.628 तमे वर्षे ब्रह्मगुप्तः गणितीयप्रक्रियायां अभावरूपं शून्यं एवं प्रकारेण निरूपितवानस्ति –

धनयोर्धनमृणमृणयोर्धनर्णयोरन्तरं समैक्यं खम् ।[1]

समानधनसंख्यानामन्तरं, समानर्णसंख्यानामन्तरं, तथा धनर्णचिन्हयुक्तसमानसंख्यानां योगः एतेषां परिणामः शून्यं भवति।

+5 - (+5) = 0

+5 - (-5) = 0

+5 + (-5) = 0

ब्रह्मगुप्तस्यानन्तरं त्रिशतिकाकारः श्रीधराचार्यः गुणनप्रक्रियायां शून्यस्य विचारं निरूपितवानस्ति –

खस्य गुणनादिके खं संगुणने खेन च खमेव ।[2]

शून्यतः गुणनेन तथा शून्यं गुणनेन च शून्यमेवागच्छति ।

0 X 5 = 0

5 X 0 = 0

एवं प्राप्तं शून्यं अन्यगणितप्रक्रियामूलकतयापि साधयितुं शक्यते। यथा

1.ब्रह्मस्फुटसिद्धान्तः 18.30. -गणितशास्त्र के भारतीयपरम्परा Page 30

2.त्रिशतिका सूत्रम् 8, . -गणितशास्त्र के भारतीयपरम्परा Page 30

$0 \times 5 = 0$ इदं च साधु, किमर्थमिति चेत्

$\frac{0}{5} = 0$

त्रिशतिकाकारस्तु आदिशब्दस्य प्रयोगेन सून्यस्य वर्गम्,वर्गमूलम्, घनम्, घनमूलम्, इत्यादयोऽपि सून्यमेव इति सूचयति । वर्गादौ खम् इति लीलावत्यामपि उक्तम्

$0^2 = 0$

$$\sqrt{o} = 0$$

$0^3 = 0$

$\sqrt[3]{0} = 0$

शून्यं अन्यराशिना ताड्यते चेत् शून्यमेव लभ्यते ।

$\frac{0}{5} = 0$ किमर्थमित्युक्ते , $0 \times 5 = 0$

एवमेव

$\frac{0}{-5} = 0$ किमर्थमित्युक्ते , $0 \times -5 = 0$

महावीराचार्यादय: शून्यात् भजनेन शून्यमेव लभ्यते इति प्रतिपादयन्ति

यथा – **“ताडित: खेन राशि: खम्”** इति

$\frac{5}{0} = 0$ इति ।

परं युक्त्या इदं न संगच्छते । यतो हि

$0 \times 0 = 5$ इति तु सर्वदा असम्भव:। परम्

$0 \times 0 = 0^2 = 0$

अस्य निर्णयं तु आचार्या: एवं वदन्ति यत्

खोद्धृतमृणं धनं वा तच्छेदम् ।[3]

खरहरो भवेत् खेन भक्तश्च राशि: ।[4]

खभाजितो राशि: खहर: स्यात् ।[5]

शून्येन विभाजित: राशि: खहरं इति भवति। अर्थात् अनन्तम् अथवा परममहान् भवति अस्यैव ब्रह्मगुप्त: तच्छेदम् इत्युक्तवान्। लीलावतीटिकाकार: रङ्गनाथ इत्यादय: अस्योपपत्तिम् एवं प्रतिपादयन्ति यत् –

संख्यामेकं अल्प-अल्पतर-अल्पतमात् विभज्यते चेत् भागफलं क्रमेण महत्-महत्तरं-महत्तमम् च भवति। अत: परमाल्पात् शून्यात् विभजितत्वात् परिणामोऽपि अवश्यं परममहानेव स्यात्। तदेव अनन्त:। अस्यैव आधुनिका: “इन्फ़िनिटि” इति शब्देन वदन्ति ।

अस्मिन्विषये भास्कराचार्यै: एवमुक्तम् –

3.ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त: 18/35

4.भास्करीयबीजगणितम् -श्लोक:3

5.लीलावती ,शून्यपरिकर्माष्टकम् श्लोक: 1

योगे खं क्षेपसमं ,वर्गादौ खं खभाजितो राशिः ।

खहरः स्यात्, खगुणः खं, खगुणश्चिन्त्यं शेषविधौ ॥

शून्ये गुणके जाते खं हरश्चेत् पुनस्तदा राशिः ।

अविकृत्य एव ज्ञेयस्तथैव खेनोनितश्च युतः ॥[6]

खहरः – मुनीश्वरस्य पाटीसारे एवमुक्तम् –

ननु यो येन भक्तोऽसौ तद्धरः स्यादतो न सत्

खभक्त इति पृच्छया उत्तरं खहरात्मकम् ।

तस्मात्खभज्तराशेः किं फलं प्रश्नार्थगोचरम्

अस्योत्तरं खहारोऽयमनन्तफल उच्यते ॥

खहरविषये भास्करीयबीजगणिते एवमुक्तम् –

अस्मिन्विकारः खहरे न राशावपि प्रविष्टेष्वपि निःसृतेषु ।

बहुष्वपि स्याल्लयसृष्टिकालेऽनन्तेऽच्युते भूतगणेषु यद्वत् ॥ [7]

अत्र आचार्यः खहरराशेः अविकारिताप्रसङ्गेन भगवन्तं अनन्तं स्तौति। प्रलयकाले भगवत्यनन्तेबहुष्वपि भूतगणेषु प्रविष्टेषु अपि वा निःसृतेषु यद्वत् स्थूलत्व लघुत्वादि विकारो नास्ति तथा अस्मिन् खहरे राशावपि बहुष्वपि राशिषु प्रविष्टेषु विकारः नास्ति।

संशयः- अत्र खहरराश्यां भिन्नाङ्कं अन्यखहरं वा योजनेन खहरत्वं न नश्यति। परं च अंशे विकारः जायते। उदाहरणार्थं –

$\frac{4}{0}$ इति एकः खहरराशिः । $\frac{3}{0}$ अपि खहरराशिः ।

अनयोः योगः $\frac{4}{0}+\frac{3}{0}=\frac{7}{0}$

अन्तरं $\frac{4}{0}-\frac{3}{0}=\frac{1}{0}$

अत्र अंशे परिवर्तनं दृश्यते । परं $\frac{4}{0}, \frac{3}{0}$,तथा $\frac{7}{0}, \frac{1}{0}$ एतेषां खहराणां मूल्यं समानमिति कथं वक्तुं शक्यते ।

अस्य समाधानं तु एवमस्ति –

भगवान् परमेश्वरस्य अवतारभेदेन चर्म-चक्ष्वादिद्वारा अनेकत्वभावना संगच्छति। परं जगन्नियतत्वशक्तिः अभीष्टदातृत्वशक्तिश्च समानमेव। तथैव खहरराशेः अंशे परिवर्तनं चेदपि अनन्तत्वं समानमेव। विषयेऽस्मिन् मुनीश्वरस्य पाटीसारस्य वचनम् –

अस्मिन्विकारः खहरोऽस्ति राशौ भिनाङ्कयोगे त्वथ भिन्नहीने ।

योगोन्तरं तुल्यहरत्वपूर्वं कार्यं ततः केचिदिदं वदन्ति ।

तत्रैव युक्तं गुणनेन जातो विकारको नैव युतेर्वियोगात् ।

यतः समच्छेदतया वियोगाङ्गता तद् गुणनस्य सिद्धा ॥

विकारेऽपि नानन्तलब्धेर्विकारो यतस्तुल्यलब्धं द्वयोर्नाधिकोनम् ।

6.लीलावती ,शून्यपरिकर्माष्टकम् श्लोकाः 1,2

7.भास्करीयबीजगणितम् श्लो-20

यतश्चोदयेऽनेकराशित्रयज्या वशाच्छून्यहारप्रभेदेऽपि भैक्यम् ॥

उपसंहारः -एवं खष्ड्विधविचारे तथा अनन्तराशिविचारे भारतीयगणिते निरूपितमस्ति । सर्वत्र गणितशास्त्रे पाश्चात्यानां अन्यानां च महद्योगदानमस्ति इति विचारयतां जनानां मनसि अपि भारतीयानां योगदानं स्पष्टयितुमेव मया अत्र संग्रहः कृतः। प्रचारस्य प्रसारस्याभावाच्च भारतीयानामुपलब्धिः मध्यकालपर्यन्तं सर्वत्र न प्रसृतः। परं गणितविषये भारतीयानां औन्नत्यं ज्ञानं सर्वदा आदरणीय एव इति शम् ।

आधारग्रन्थावलिः

1. लीलावती । भास्कराचार्यः। सं- प्रो.रामचन्द्रपाण्डेयः। चौखम्बाप्रकाशनम् ।
2. भास्करीयबीजगणितम्। भास्कराचार्यः। सं- विहारीलाल वसिष्टः। श्री रणवीर केन्दीय संस्कृतविद्यापीठम्, जम्मू।
3. ब्राह्मस्फुटसिद्धान्तः। ब्रह्मगुप्तः। सं- रामस्वरूपशर्मा। इन्डियन् इन्स्टिट्यूट् आफ् आस्ट्रोनोमिकल् एण्ड् संस्कृत रिसर्च।
4. वेदों मे गणित एवं ज्योतिर्विज्ञान। डा-गणेशदत्त शर्मा। उर्मिला प्रकाशन, साहिबाबाद
5. गणितशास्त्र के विकास की भारतीय परम्परा। डा.सुद्युम्न आचार्य। मोतीलाल बनारसीदास प्रकाशन।
6. Ganita shastrada haagoo shaastrajnara caritre(Kannada)। Er. Venugopal D Heroor । राष्ट्रोत्थानसाहित्यम् -बेङ्गलूरु
7. History of Hindu Mathematics। Datta and Sing। Bharatiya Kala Prakashan, Delhi